

1 em 100 ou 5 em 100?

Kit de Matemática — probabilidade, independência e causa comum

Gaspar do Amaral · 25 de outubro de 2026 · Painel «A Porta Estreita» · porta.aprecisa343.com

Uma aula de 90 minutos para o 9.º ano (probabilidades) e para o secundário. Parte de uma pergunta prática: se tenho dois fornecedores, quão seguro estou?

1. A conta que nos deixa descansados

Dois fornecedores, A e B. Cada um falha 10% das vezes, ou seja, numa em cada dez crises. Se forem **independentes**, a probabilidade de falharem os dois ao mesmo tempo é o produto:

$$P(A \text{ e } B) = p_A \times p_B = 0,1 \times 0,1 = 0,01, \text{ ou seja, 1 vez em 100.}$$

2. A causa comum

Agora imagine que metade das falhas de cada fornecedor vem da mesma causa: o mesmo estreito, a mesma guerra, o mesmo inverno. Quando essa causa aparece, leva os dois de uma vez. Os engenheiros usam o **modelo do fator β** : β é a fração das falhas comum aos dois.

$$P(A \text{ e } B) \approx \beta \cdot p + [(1 - \beta) \cdot p]^2$$

Com $\beta = 0,5$ e $p = 0,1$: $0,5 \times 0,1 = 0,05$; $(0,5 \times 0,1)^2 = 0,0025$. Total: 0,0525, cerca de **5 vezes em 100**, e não 1.

Fonte do modelo: U.S. NRC, NUREG/CR-5485, Guidelines on Modeling Common-Cause Failures in Probabilistic Risk Assessment (1998). Episódio 4 de «A Porta Estreita», «Dia 234: A ilusão de ter dois» (20/10/2026).

3. Exercícios

- Calcule $P(A \text{ e } B)$ para $\beta = 0; 0,1; 0,3; 0,5$ e 1 , com $p = 0,1$. Organize os resultados numa tabela.
- Para cada β , calcule por quanto o segundo fornecedor divide o risco: $p \div P(A \text{ e } B)$. Para que valor de β o segundo deixa de valer a pena?
- Represente graficamente $P(A \text{ e } B)$ em função de β . Que tipo de função é? (Sugestão: desenvolva o quadrado.)
- Os dois telemóveis de uma família carregam na mesma tomada. Uma tempestade corta a luz em 5% das noites de inverno. Qual é o β deste caso? Porquê?
- Desafio (secundário): mostre que, para p pequeno, $P(A \text{ e } B) \approx \beta \cdot p$. O que quer isto dizer sobre o que mais importa reduzir?

4. Soluções

β	$P(A \text{ e } B)$	Em 100 crises	O segundo divide o risco por
0	0,0100	1	10,0
0,1	0,0181	cerca de 2	5,5
0,3	0,0349	cerca de 3	2,9
0,5	0,0525	cerca de 5	1,9
1	0,1000	10	1,0

Exercício 3: $P(\beta) = \beta p + p^2(1 - \beta)^2$ é uma função quadrática em β . Exercício 4: $\beta = 1$, porque a única causa de falha (a luz) é comum aos dois. Exercício 5: se p é pequeno, p^2 é muito menor do que βp ; o que mais pesa é a causa comum, não a falha de cada um.